Conciencia Digital
ISSN: 2600-5859
Vol. 6 No. 3.1, pp. 6 – 20, agosto – septiembre 2023
www.concienciadigital.org

Cálculo numérico de integrales dobles con regiones no rectangulares

Numerical calculation of double integrals with non-rectangular regions

[1] Rómel Manolo Insuasti Castelo https://orcid.org/0000-0002-4170-1511
Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH), Riobamba, Ecuador.
rinsuasti@espoch.edu.ec
[2] Javier Roberto Mendoza Castillo https://orcid.org/0000-0003-3148-0193
Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH), Riobamba, Ecuador
jmendoza@espoch.edu.ec

Artículo de Investigación Científica y Tecnológica
Enviado: 12/05/2023
Revisado: 20/06/2023
Aceptado: 04/07/2023
Publicado:15/08/2023
DOI: **https://doi.org/10.33262/concienciadigital.v6i3.1.2641**

Cítese: Insuasti Castelo, R. M., & Mendoza Castillo, J. R. (2023). Cálculo numérico de integrales dobles con regiones no rectangulares. ConcienciaDigital, 6(3.1), 6-20. https://doi.org/10.33262/concienciadigital.v6i3.1.2641

CONCIENCIA DIGITAL, es una revista multidisciplinar, t**rimestral,** que se publicará en soporte electrónico tiene como **misión** contribuir a la formación de profesionales competentes con visión humanística y crítica que sean capaces de exponer sus resultados investigativos y científicos en la misma medida que se promueva mediante su intervención cambios positivos en la sociedad. https://concienciadigital.org
La revista es editada por la Editorial Ciencia Digital (Editorial de prestigio registrada en la Cámara Ecuatoriana de Libro con No de Afiliación 663) www.celibro.org.ec

Palabras claves:
Integrales dobles; aproximación numérica; regiones no rectangulares.

Resumen

Introducción: En análisis matemático en ocasiones las integrales resultan complicadas resolverlas por métodos de integración, por esta razón es necesario pensar en métodos numéricos para resolverlas, siempre que estas sean integrales definidas, más aún cuando se trata de integrales dobles. **El objetivo:** La habilidad para resolver estas integrales depende mucho del conocimiento de solución y de la experiencia, por esta razón el presente estudio presenta una alternativa de solución por métodos numéricos. **Metodología:** Una integral doble conceptualmente calcula el volumen limitado por una superficie sobre una región, la región puede ser rectangular o no rectangular. El presente estudio resuelve indiferentemente el tipo de región, para lo cual se realiza particiones a lo largo de x e y de la región, generando de esta manera una malla de puntos $(x.y)$ dentro de la región, los cuales se evalúan en la función $f(x,y)$, que representa la superficie, **Resultados:** con estos valores se resuelve en forma horizontal la integral mediante el método de Simpson. Con el resultado de estos se resuelve en sentido vertical con el mismo método, obteniéndose el resultado de la integral doble con excelente precisión. **Conclusiones:** se propone entonces un método de cálculo de integrales dobles con cálculo numérico para regiones de rectangulares o no rectangulares.

Área de estudio general: Matemática. **Área de estudio específica:** Cálculo numérico.

Keywords:
Double integrals; numerical approximation; non-rectangular regions.

Abstract

Introduction. - In Mathematical Analysis, integrals are sometimes difficult to solve by integration methods, for this reason it is necessary to think of numerical methods to solve them, if these are definite integrals, even more so when it comes to double integrals. **Objective**: The ability to solve these integrals depends a lot on the solution knowledge and experience, for this reason the present study presents an alternative solution by numerical methods. **Methodology**: A double integral conceptually calculates the volume bounded by a surface over a region, the region may be rectangular or non-rectangular. The present study solves the type of indifferently, for which partitions are made along x and y of the region, thus showing a mesh within points (x,y) of the region, which are evaluated in the function

Conciencia Digital
ISSN: 2600-5859
Vol. 6 No. 3.1, pp. 6 – 20, agosto – septiembre 2023
www.concienciadigital.org

f(x,y), which represents the surface, **Results**: with these values the integral is solved horizontally using the Simpson method and with the result of these it is solved vertically with the same method, obtaining the result of the double integral with excellent precision, **Conclusions**: a method of calculating double integrals is then proposed with numerical calculation for rectangular or non-rectangular regions.

Introducción

La resolución de integrales definidas en ocasiones se torna difícil al realizarlo por medio de procesos de integración convencionales, puesto que estos procesos no son aplicables y por ende la posibilidad de resolver se ve imposibilitado (Araujo, 2018), más aún si estas integrales son dobles, en donde en donde necesariamente la integral más interna siempre debe ser realizada, para en lo posterior encontrar la integral más externa. Conceptualmente una integral doble es el volumen generado por una superficie y una región que se encuentra en uno de los planos coordenados. La comprensión espacial de esto conlleva un conocimiento pormenorizado de las gráficas en tres dimensiones, una vez definido el volumen se procede a calcular por métodos de integración pero esto en ocasiones resulta complejo. Por esta razón es necesario definir un procedimiento numérico que permita resolver dichas integrales.

Para esto se ha pensado en la utilización de integración numérica en este caso por el método de Simpson para integrales simples, que es uno de los métodos que converge rápidamente, aplicándolo en las dos direcciones de la integral doble, obteniendo resultados con muy poco error, desde luego esto dependerá del número de particiones, la metodología está desarrollada para integración doble para regiones no rectangulares, notándose que la aplicación es similar cuando la región es rectangular. La parte importante de la metodología propuesta es realizar una malla con valores de x e y sobre la región, y luego evaluar para cada uno de los puntos que se encuentran dentro de la región en la función correspondiente a la superficie, para luego aplicar el método de Simpson en la dirección de x posteriormente con esto resultados con una nueva aplicación de Simpson, esta vez en la dirección de y calcular el valor del volumen. Es de gran importancia el cálculo numérico pues este permite obtener la solución por un procedimiento ordenado y preciso, lo que permite evitar contratiempos en los procesos de integración.

El objetivo de la presente investigación es resolver integrales dobles en regiones no rectangulares, utilizando una solución por métodos numéricos para tener una alternativa de solución general y precisa.

Metodología

Para dar solución a esta problemática se ha desarrollado una metodología que contempla una solución numérica la cual ha sido aplicada para integrales simples como es el método de Simpson el cual tiene una rápida convergencia, este ha sido incorporado a las integrales dobles teniendo en cuenta que este cálculo se realiza en dos sentidos: a lo largo de x y otro a lo largo de y o viceversa. La primera integración numérica corresponde teóricamente al cálculo de áreas a lo largo de x, y la segunda integración numérica corresponde al cálculo del volumen (Rodríguez et al., 1996).

El cálculo numérico de integrales dobles esta implementado para resolver regiones no rectangulares, lo que pueden conducir a obtener funciones complejas para obtener el resultado por métodos de integración. Al resolverlo por integración numérica esta se simplifica notablemente y el cálculo de volúmenes puede ser tratado con más confianza sean cuales sean las funciones que limitan a la región. Se debe considerar que el concepto de que una integral siempre se calcula para estrictamente funciones algebraicas (Wrtaques, 2012). El caso de integrales con regiones rectangulares es un caso particular de cuando se tiene regiones no rectangulares (Strang & Herman, 2023).

Resultados

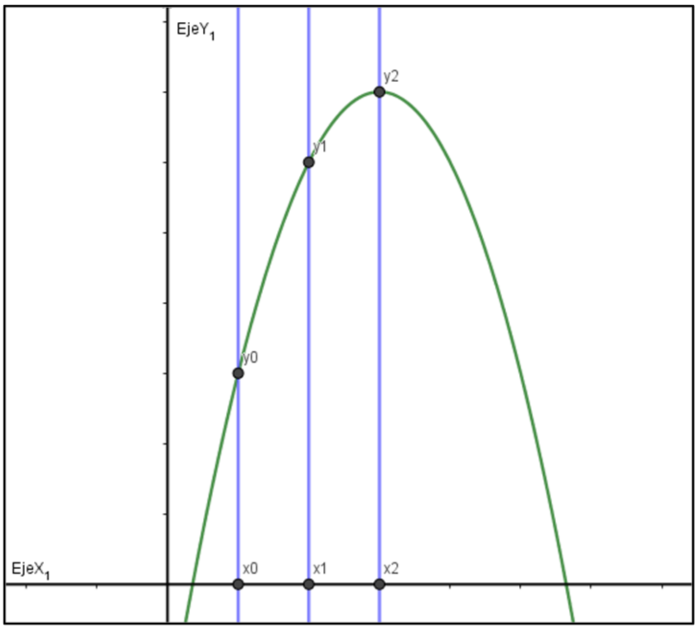
La metodología empleada en este estudio es la utilización de la integración numérica de integrales simples, las cuales se combinan apropiadamente para el cálculo de integrales dobles con regiones no rectangulares. Para esto se utiliza Excel como hoja de cálculo permitiendo de esta manera las iteraciones y cálculo necesarios para converger a la respuesta (Briones, 2015).

Una integral definida se la pueda calcular por aproximación numérica, utilizando el concepto de la integral que corresponde al área bajo la curva respecto a un eje en un intervalo determinado, lo que implica que al calcular el área bajo la curva (función) se puede encontrar el valor de la integral. Para esto podemos utilizar el método de Simpson el que calcula el área bajo una función utilizando sectores de parábolas que al sumarlas nos entrega el valor aproximado de la integral (Campuzano, 2016), así:

Conciencia Digital
ISSN: 2600-5859
Vol. 6 No. 3.1, pp. 6 – 20, agosto – septiembre 2023
www.concienciadigital.org

Figura 1

Aproximación del área bajo la curva por Simpson



Como se puede observar el área bajo la curva de este sector de parábola está dado por:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}\{y_0 + 4y_1 + y_2\} \qquad (1)$$

Donde: $$h = \frac{b-a}{n} \qquad (2)$$

h es la partición a lo largo del eje x de igual tamaño en el intervalo de evaluación de la integral

El método acepta n particiones siendo n un número par, con esto la exactitud del cálculo es mayor, la fórmula para n particiones quedaría de la siguiente manera:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}\{y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \cdots + y_n\} \qquad (3)$$

Es importante señalar el significado geométrico de una integral doble sobre una región R. Esto es el volumen generado por una superficie sobre una región, donde $f(x,y)$ es la superficie sobre la región (Villena, 2009).

$$\iint_R f(x,y)dydx \qquad (4)$$

La superficie debe comprobarse que se encuentre totalmente sobre la región a calcular, si no es así, se debe redefinir la región a partir de las secciones que se encuentran sobre el plano de la región, esto implica el conocimiento sobre graficas en tres dimensiones

Conciencia Digital
ISSN: 2600-5859
Vol. 6 No. 3.1, pp. 6 – 20, agosto – septiembre 2023
www.concienciadigital.org

(Lehman, 1989). El proceso de integración de una integral doble se lo realiza por integrales sucesivas, esto es, se debe calcular la integral más interna para luego calcular la más externa. Esto implica que en la primera integral se debe considerar constante la variable que no se encuentra en el diferencial y lo que se calcula es el área en función de x:

$$A(x) = \int_c^d f(x, y)dy \qquad (5)$$

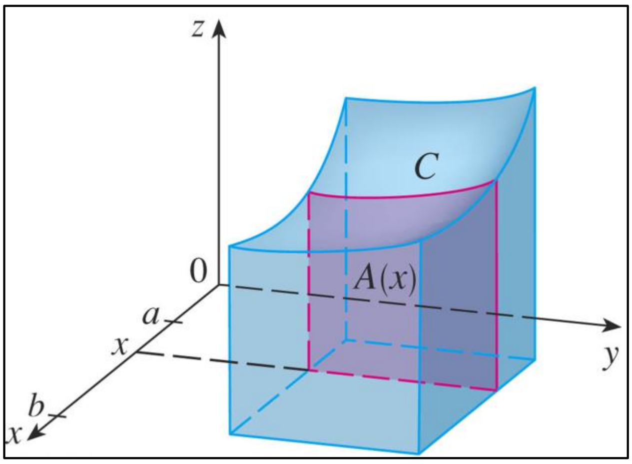
Si a esta área le multiplicamos por la diferencia de dx podemos encontrar el diferencial de volumen, que al integrar en los límites del intervalo en x, encontraremos el volumen del solido limitado.

$$V = \int_a^b A(x)dx \qquad (6)$$

De esta manera la doble integral es el volumen limitado por la superficie $f(x, y)$ y la región R (Leithold, 1998).

Figura 2

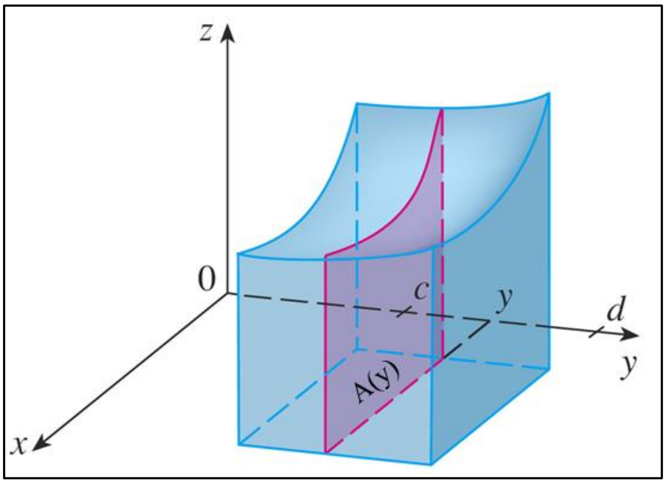
Integración a lo largo de x



Los límites de la integral pueden cambiar de posición para poder calcular el volumen, esto se puede realizar sin mayor análisis, cuando la región es rectangular. Entonces sería equivalente calcular la doble integral de la siguiente manera:

Figura 3

Integración a lo largo de y

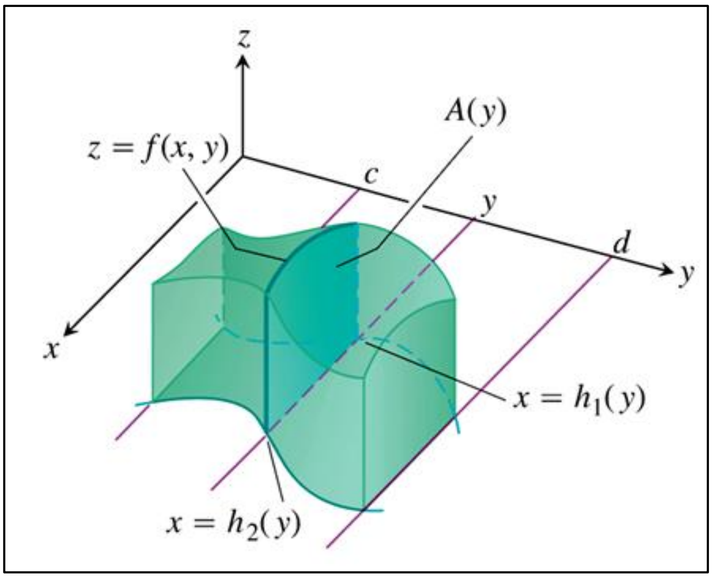


$$\iint_R f(x,y)dxdy \qquad (7)$$

Se necesita entonces generalizar el análisis para cuando la región no es rectangular, teniéndose lo siguiente:

Figura 4

Volumen de una superficie sobre una región no rectangular



Como se puede observar en la gráfica la región no es rectangular y más bien está limitada por dos curvas determinadas por $h_1(y)$ y $h_2(y)$ El área $A(y)$ se entiende varia a lo largo de y en este caso el valor de y es constante para calcular su valor se emplea

$$A(y) = \int_{h_{1(y)}}^{h_{2(y)}} f(x,y)dx \qquad (8)$$

El volumen será calculado de la siguiente manera:

$$V = \int_{c}^{d} \int_{h_{1(y)}}^{h_{2(y)}} f(x,y)dx\, dy \qquad (9)$$

En este caso al cambiar el orden de las integrales, ya no se puede intercambiar fácilmente, para hacer esto es necesario analizar correctamente como quedan los límites de las integrales, en cualquier caso estos límites deben representar en forma clara la región que se pretende calcular (Thomas, 2012).

Discusión

De lo expuesto podemos intuir que el cálculo de una integral doble por medios numéricos aproximados implica el cálculo en dos direcciones, esto es en el eje x y en el eje y. Si es del caso en el eje x encontraríamos el equivalente a las áreas cuando un valor de y es constante, y posteriormente encontraríamos el volumen a lo largo de y, como se puede observar (Hurtado & Sánchez, 2014).

El cálculo se realiza de la siguiente manera. Se genera una malla de particiones con valores de x e y se evalúa a la función de la superficie sobre la región a través de $f(x,y)$ en cada punto. Tanto en él eje x como en él y se realiza el proceso de integración por aproximación numérica utilizando el método de Simpson.

Veamos la integral doble en una sección rectangular, como la siguiente

$$\int_{-1}^{1} \int_{1}^{3} (2x^2 - 2y)dydx \qquad (10)$$

Las particiones seleccionadas son según la figura 5.

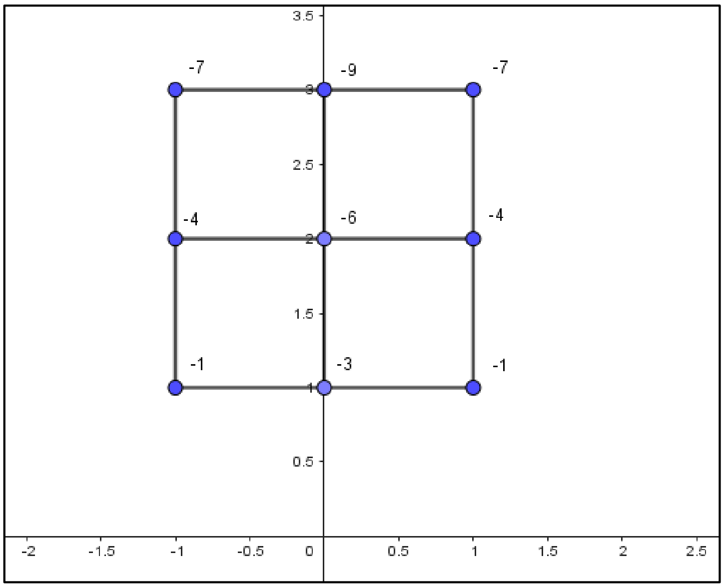
Conciencia Digital

ISSN: **2600-5859**
Vol. 6 No. 3.1, pp. 6 – 20, agosto – septiembre 2023

www.concienciadigital.org

Figura 5

Partición de una región rectangular



Los valores de la función evaluada en los puntos de las particiones son los que parecen en la tabla 1.

Tabla 1

Valores de la función evaluada en la superficie

y. / x.	-1	0	1	Simpson
3	-7	-9	-7	
2	-4	-6	-4	
1	-1	-3	-1	
Simpson	-8	-12	-8	-21.33

Se aplica Simpson a los valores de la columna y posteriormente se evalúa la última fila con Simpson para encontrar el valor de la integral doble (Font, 2010).

Como podemos ver el valor por aproximación es igual al evaluar la integral directamente.

$$\int_{-1}^{1}\int_{1}^{3}(2x^2-3y)dydx = -21.333 \qquad (11)$$

Veamos una integral con región no rectangular donde se aplique el método de cálculo aproximado:

$$\iint_R x^2\sqrt{9-y^2}dydx \qquad (12)$$

Donde la región está limitada por la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$.

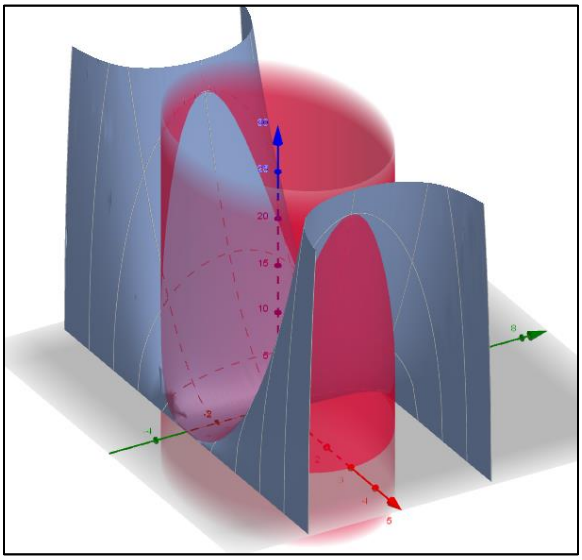
La grafica de la superficie sobre la región es simétrica al eje x y al eje y. Además la región es simétrica al eje x y al eje y, determinándose de esta manera que el volumen a calcularse también es simétrico a los ejes x y, por tanto se procede a integrar solo en el octante x(+), y(+), z(+), la ecuación que permite el cálculo es:

$$V = 4\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} x^2\sqrt{9-y^2}\, dydx = 4 * (43.2) = 172.8 \qquad (13)$$

La gráfica que corresponde a la integral debe estar clara después de un análisis de las superficies que se tiene en el problema es, para esto nos podemos ayudar de programas para graficar que ayudan a conceptualizar mejor el problema, tales como el Geogebra (GeoGebra Team, 2023).

Figura 6

Volumen generado por dos superficies



Los cálculos de la aproximación se detallan en la tabla 2.

Tabla 2

Número y tamaño de particiones

Son los intervalos de x e y			
x0	0	y0	0
xn	3	ym	3
Δx	0.188	Δy	0.188
n	16	m	16

Conciencia Digital

ISSN: **2600-5859**
Vol. 6 No. 3.1, pp. 6 – 20, agosto – septiembre 2023

www.concienciadigital.org

Tabla 3

Hoja de cálculo de la integral doble

REGION:	VALORES DE LA FUNCIONES DE LA REGIÓN																
f(x)=	3	2.994	2.976	2.947	2.905	2.850	2.781	2.698	2.598	2.480	2.342	2.179	1.984	1.749	1.452	1.044	0
g(x)=	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

VALORES DE LA FUNCIÓN CORRESPONDIENTE A LA SUPERFICIE

		x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15	x16				
		0	0.1875	0.375	0.5625	0.75	0.9375	1.125	1.3125	1.5	1.6875	1.875	2.0625	2.25	2.4375	2.625	2.8125	3	simpson horizontal	Simpson vertical		
y16	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
y15	2.813	0	0.037	0.147	0.330	0.587	0.918	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.413		0.413	
y14	2.625	0	0.051	0.204	0.460	0.817	1.276	1.838	2.502	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.430			1.430
y13	2.438	0	0.061	0.246	0.553	0.984	1.537	2.213	3.013	3.935	4.980	0	0	0	0	0	0	0	3.458		3.458	
y12	2.250	0	0.070	0.279	0.628	1.116	1.744	2.511	3.418	4.465	5.651	6.976	0	0	0	0	0	0	4.796			4.796
y11	2.063	0	0.077	0.306	0.689	1.225	1.915	2.757	3.753	4.902	6.204	7.659	9.267	0	0	0	0	0	7.582		7.582	
y10	1.875	0	0.082	0.329	0.741	1.317	2.058	2.964	4.034	5.269	6.669	8.233	9.962	11.856	0	0	0	0	9.633			9.633
y9	1.688	0	0.087	0.349	0.785	1.395	2.180	3.139	4.273	5.581	7.063	8.720	10.551	12.557	14.737	0	0	0	13.887		13.887	
y8	1.500	0	0.091	0.365	0.822	1.461	2.283	3.288	4.476	5.846	7.398	9.134	11.052	13.153	15.436	0	0	0	14.546			14.546
y7	1.313	0	0.095	0.379	0.854	1.517	2.371	3.414	4.647	6.070	7.682	9.484	11.476	13.657	16.028	18.589	0	0	17.427		17.427	
y6	1.125	0	0.098	0.391	0.880	1.564	2.444	3.520	4.791	6.257	7.920	9.777	11.830	14.079	16.523	19.163	0	0	17.966			17.966
y5	0.938	0	0.100	0.401	0.902	1.603	2.505	3.607	4.909	6.412	8.115	10.019	12.123	14.427	16.932	19.637	22.542	0	24.045		24.045	
y4	0.750	0	0.102	0.408	0.919	1.634	2.553	3.676	5.004	6.536	8.272	10.212	12.356	14.705	17.258	20.015	22.977	0	24.509			24.509
y3	0.563	0	0.104	0.414	0.932	1.658	2.590	3.730	5.076	6.630	8.391	10.360	12.535	14.918	17.508	20.305	23.310	0	24.864		24.864	
y2	0.375	0	0.105	0.419	0.942	1.674	2.616	3.767	5.127	6.697	8.476	10.464	12.662	15.068	17.684	20.510	23.544	0	25.114			25.114
y1	0.188	0	0.105	0.421	0.947	1.684	2.632	3.789	5.158	6.737	8.526	10.526	12.737	15.158	17.789	20.631	23.684	0	25.263		25.263	
y0	0	0	0.105	0.422	0.949	1.688	2.637	3.797	5.168	6.750	8.543	10.547	12.762	15.188	17.824	20.672	23.730	27	27	27		
																				27	116.939	97.993
											valor exacto	43.200	valor calc.	43.171							43.171	

Del cálculo por aproximación se obtiene un valor de 43.171, el cual es la cuarta parte de lo calculado por lo tanto el volumen total es 4 veces este valor es decir 172.685.

Al realizar el cálculo aproximado mediante la tabla 3 de Excel se obtiene después de algunas comprobaciones con una partición de 16 unidades en los dos ejes x e y, que los resultados obtenidos ofrecen una precisión considerable menor al 1% (Cortés et al., 2019), lo que indica que el método o modelo de cálculo funciona adecuadamente.

Los valores externos de la segunda fila y columna representan los valores correspondientes a las particiones en x e y respectivamente. Los valores intermedios de la tabla 3 representan los valores evaluados en la función que corresponde a la superficie sobre la región, aquí se filtran todos los valores $f(x, y)$ que no se encuentran en la región, con los cuales se calcula a partir de Simpson en forma horizontal, y luego con estos valores se calcula en forma vertical, también con Simpson (Chapra & Canale, 2015).

ISSN: **2600-5859**
Vol. 6 No. 3.1, pp. 6 – 20, agosto – septiembre 2023

Los resultados obtenidos, dan una gran confiabilidad y permite el cálculo de integrales dobles de procesos de integración complejo.

Conclusiones

- En la utilización del método es importante el conocimiento y manejo de los conceptos de integrales dobles, para determinar en forma correcta los límites de las integrales.
- El cálculo de los valores que corresponde a la función se efectúa a partir de la hoja de cálculo, en la cual se debe definir correctamente la función que representa la superficie y las funciones que delimitan las funciones, el resto del cálculo lo hace empleando Simpson en dos direcciones esto es en sentido horizontal y con los resultados de estos calcula en forma vertical por Simpson el valor total de la integral.
- Se debe hacer notar que las funciones empleadas en el cálculo deben ser estrictamente funciones, esto en realidad corresponde al análisis de la integral doble con sus límites.
- El cálculo realizado con n=16 entrega resultados muy cercanos a los calculados por métodos de integración o teóricos., por tal razón se acepta al método de cálculo aproximado de este estudio como una alternativa válida para el cálculo de integrales dobles.

Conflicto de intereses

Los autores declaramos que no existe conflicto de intereses en relación con el artículo presentado.

Referencias Bibliográficas

Araujo, F. (2018). *Cálculo Integral*. Editorial Universal Abya-Yala. https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/17058/1/Calculo%20integral.pdf

Briones, J. (2015). Guía de Microsoft Excel. *Revista Plena Inclusión*, *3*. https://www.plenainclusion.org/wp-content/uploads/2022/02/Plena-inclusion-Murcia.-Guia-de-Excel.pdf

Campuzano, A. (2016). *Calculo Numérico Teoría, problemas y algunos programas con Máxima* (Primera). https://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/5377/isbn9788460878674.pdf

Chapra, S., & Canale, R. (2015). *Métodos numéricos para ingenieros* (Séptima Edición). Mc Graw Hill Education.

ISSN: **2600-5859**
Vol. 6 No. 3.1, pp. 6 – 20, agosto – septiembre 2023

https://www.academia.edu/40452797/M%C3%A9todos_num%C3%A9ricos_para_Ingenieros_7ma_Edici%C3%B3n_Chapra

Cortés Rosas, J. J., González Cárdenas, M. E., Pinilla Morán, V. D., Salazar Moreno, A., & Tovar Pérez, V. H. (2019). Aproximación numérica y errores. *Revista UNAM*, 1-16. https://www.ingenieria.unam.mx/pinilla/PE105117/pdfs/tema1/1_aproximacion_numerica_y_errores.pdf

Font, J. (2010). *Integrales dobles y triples* (pp. 206-209). ESP Ghostscript (Ed.). https://repositori.uji.es/xmlui/bitstream/handle/10234/7274/integraldoble0910.pdf?sequence=1

GeoGebra Team. (2023, agosto 5). *Vista 3D - GeoGebra Manual*. Vista 3D - GeoGebra Manual. https://wiki.geogebra.org/es/Vista_3D

Hurtado, N., & Sánchez, D. (2014). *Métodos numéricos aplicados a la Ingeniería*. Grupo Editorial Patria. https://www.academia.edu/35215572/Metodos_Numericos_Aplicados_a_La_Ingenieria_4a_Nieves

Lehman, C. (1989). *Geometría Analítica* (Decimatercera Edición). Limusa. https://www.cimat.mx/ciencia_para_jovenes/bachillerato/libros/[Lehmann]GeometriaAnalitica.pdf

Leithold, L. (1998). *El cálculo* (Séptima Edición). Oxford University Press. http://kali.azc.uam.mx/clc/03_docencia/leithold.pdf

Rodríguez Gómez, G., Gil Flores, J., & García Jiménez, E. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. Ed. Aljibe, Málaga. https://www.researchgate.net/publication/44376485_Metodologia_de_la_investigacion_cualitativa_Gregorio_Rodriguez_Gomez_Javier_Gil_Flores_Eduardo_Garcia_Jimenez

Strang, G., & Herman, E. (2023). *Integrales dobles sobre regiones rectangulares—Cálculo volumen 3 | OpenStax*. https://openstax.org/books/cálculo-volumen-3/pages/5-1-integrales-dobles-sobre-regiones-rectangulares

Thomas, G. (2012). *Cálculo Varias Variables* (Decimosegunda Edición). Pearson Educación. https://robertocastellanos.com/Libros/Calculo%20Varias%20Variables%20-%20Thomas%2012Edicion.pdf

Villena, M. (2009). *Integración Múltiple* (pp. 150-152). Acrobat Distiller (Ed.). https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/7287/5/5-Integraci%C3%B3n%20M%C3%BAltiple.pdf

Wrtaques. (2012). Funciones. En *Funciones gráficas*. PDFCreator (Ed.). http://biblio3.url.edu.gt/Libros/2012/calc/1.pdf

Conciencia Digital

ISSN: **2600-5859**
Vol. 6 No. 3.1, pp. 6 – 20, agosto – septiembre 2023

www.concienciadigital.org

El artículo que se publica es de exclusiva responsabilidad de los autores y no necesariamente reflejan el pensamiento de la **Revista Conciencia Digital.**

El artículo queda en propiedad de la revista y, por tanto, su publicación parcial y/o total en otro medio tiene que ser autorizado por el director de la **Revista Conciencia Digital.**

Indexaciones