



Modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el proceso de soldadura de un acero estructural mediante un software con base en el método de elementos finitos

Mathematical model for the analysis of the thermal behavior in the welding process of a structural steel using software based on the finite element method

- ¹ Mayra Elizabeth Villacís Ramón  <https://orcid.org/0000-0002-4365-9716>
Magíster en Matemática mención modelación y docencia, ESPOCH, Riobamba, Ecuador,
mayra.villacis@epoch.edu.ec
- ² Jorge Luis Yaulema Castaneda  <https://orcid.org/0000-0002-0646-3984>
Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH), Facultad de Ciencias.
Riobamba, Ecuador
jorge.vaulema@epoch.edu.ec



Artículo de Investigación Científica y Tecnológica

Enviado: 13/05/2022

Revisado: 22/06/2022

Aceptado: 01/07/2022

Publicado: 29/07/2022

DOI: <https://doi.org/10.33262/concienciadigital.v5i3.1.2254>

Cítese:

Villacís Ramón, M. E., & Yaulema Castaneda, J. L. (2022). Modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el proceso de soldadura de un acero estructural mediante un software con base en el método de elementos finitos. *ConcienciaDigital*, 5(3.1), 289-314. <https://doi.org/10.33262/concienciadigital.v5i3.1.2254>



CONCIENCIA DIGITAL, es una revista multidisciplinar, **trimestral**, que se publicará en soporte electrónico tiene como **misión** contribuir a la formación de profesionales competentes con visión humanística y crítica que sean capaces de exponer sus resultados investigativos y científicos en la misma medida que se promueva mediante su intervención cambios positivos en la sociedad. <https://concienciadigital.org>

La revista es editada por la Editorial Ciencia Digital (Editorial de prestigio registrada en la Cámara Ecuatoriana de Libro con No de Afiliación 663) www.celibro.org.ec



Esta revista está protegida bajo una licencia Creative Commons Attribution Non Commercial No Derivatives 4.0 International. Copia de la licencia: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Palabras**claves:**

modelo matemático, GMAW, simulación numérica, software CAE, método de elementos finitos, zona afectada térmicamente.

Keywords:

mathematical model, GMAW, numerical simulation, CAE software, finite element method, heat affected zone

Resumen

Introducción: Un proceso de soldadura para unir dos piezas de trabajo con la presencia de un arco eléctrico está ligado a un sistema dinámico representado por la interacción de dos ecuaciones de gobierno. **Objetivos:** el objetivo general de esta investigación fue desarrollar un modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el proceso de soldadura por arco eléctrico GMAW de un acero estructural. **Metodología:** haciéndose una investigación del tipo propositiva descriptiva, con un alcance descriptivo, un enfoque cuantitativo, Por otro lado, se utilizó la metodología de la simulación numérica con la técnica del Método de los Elementos Finitos (MEF) y el instrumento principal que se manejó para procesar toda la información recopilada fue un software CAE (*Computer Aided Engineering*). **Resultados:** se encontró las soluciones aproximadas de la interacción de la ecuación diferencial parcial (EDP) de conducción de calor y la ecuación de la fuente móvil de Goldak, con el fin que se dio a conocer una propuesta que terminó con la parte analítica, descriptiva de la temperatura máxima del arco eléctrico, las curvas isotérmicas y la Zona Afectada Térmicamente (ZAT) de una probeta virtual para un tiempo determinado. Para la validación teórica del modelo propuesto se utilizó otro software CAE. **Conclusiones:** se concluye que el modelo matemático desarrollado es eficiente y válido ya que para un tiempo específico se obtuvieron los errores relativos de 2,43 % y 1,01 % al comparar las temperaturas máximas del cordón y la longitud útil de la ZAT respectivamente.

Abstract

Introduction: A welding process to join two pieces of work with the presence of an electric arc is linked to a dynamical system represented by the interaction of two governing equations. **Objectives:** The general objective of this research was to develop a mathematical model for the analysis of thermal behavior in the GMAW electric arc welding process of a structural steel. **Methodology:** making an investigation of the descriptive propositional type, with a descriptive scope, a quantitative approach, On the other hand, the methodology of numerical simulation was used with the technique of the Finite Element Method (MEF) and the main instrument that was handled to process

all the information collected was a CAE software (*Computer Aided Engineering*).” **Results:** the approximate solutions of the interaction of the partial differential equation (EDP) of heat conduction and the Goldak mobile source equation were found, to present a proposal that ended with the analytical, descriptive part of the maximum temperature of the electric arc, the isothermal curves, and the Thermally Affected Zone (ZAT) of a virtual specimen for a given time. For the theoretical validation of the proposed model, another CAE software was used. **Conclusions:** it is concluded that the mathematical model developed is efficient and valid since for a specific time the relative errors of 2.43% and 1.01% were obtained when comparing the maximum temperatures of the cord and the useful length of the ZAT, respectively.

Introducción

En el Ecuador existen varios problemas en diferentes áreas de la construcción relacionados con el comportamiento térmico representados por ecuaciones de gobierno, estas ecuaciones mandatorias pueden ser desde unidimensionales hasta tridimensionales ligadas a sistemas dinámicos donde sus soluciones y descripciones cuantitativa, cualitativa permiten analizar, medir, estimar y predecir el comportamiento del evento en cuestión. Es entonces en este tipo de procesos donde hace aparición la modelización numérica y su respectiva simulación con el método de elementos finitos, que permite definir una de las mejores aproximaciones de soluciones matemáticas que surgen en la industria metalmeccánica, por tal motivo varios países extranjeros utilizan diversas herramientas informáticas que incluyen este método para obtener una herramienta eficiente a la hora de brindar soluciones para los diferentes problemas con condiciones iniciales y de frontera. El presente estudio considera los parámetros del proceso de soldadura GMAW, las dimensiones de una probeta virtual, así como el tipo de junta a tope, las propiedades físicas, térmicas del material base (acero estructural ASTM A36) dependientes de la temperatura, las condiciones iniciales y de contorno para resolver las ecuaciones de gobierno que representan el fenómeno.

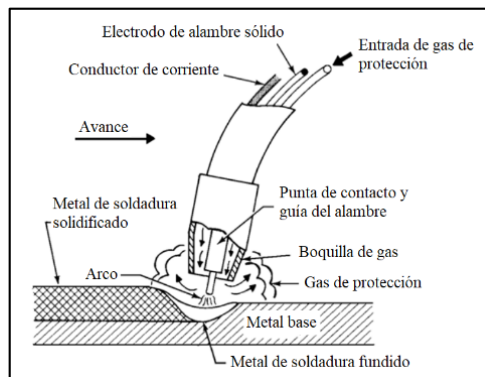
Proceso de soldadura por arco eléctrico GMAW

Este proceso de soldadura emplea un arco eléctrico entre un alambre que es alimentado de manera continua y la pieza a soldar, este alambre es un electrodo continuo de metal de aporte. La Sociedad Americana de Soldadura de sus siglas en inglés AWS (*American*

Welding Society)” identifica a este proceso como GMAW que proviene del inglés “*Gas Metal Arc Welding*”.

Figura 1

Descripción del proceso de soldadura GMAW

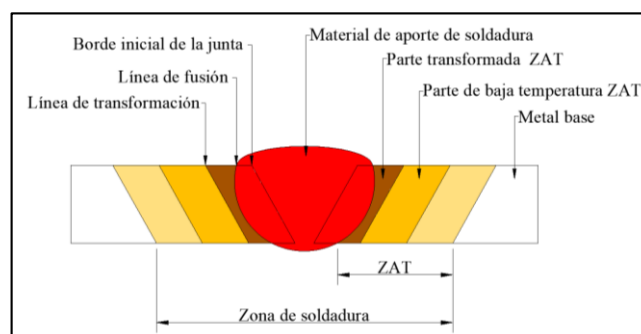


Fuente: Dávalos (2017)

Zona afectada térmicamente ZAT: “Es aquella parte de metal en la fusión, que fue modificada por el calor entre la zona fundida y el límite del metal de base” (BFMéxico, 2017), ver figura 2. En la figura 3 se presenta la investigación realizada por V. Tsegelsky en su manual titulado “*The Electric Welder*”, esta obra está registrada en el libro de Horwitz (1997), donde se presenta un diagrama que indica la temperatura donde empieza la ZAT (200°C aproximadamente) hasta llegar al punto de fusión o temperaturas mayores que se presentan en un proceso de soldadura para un acero estructural ASTM A36.

Figura 2

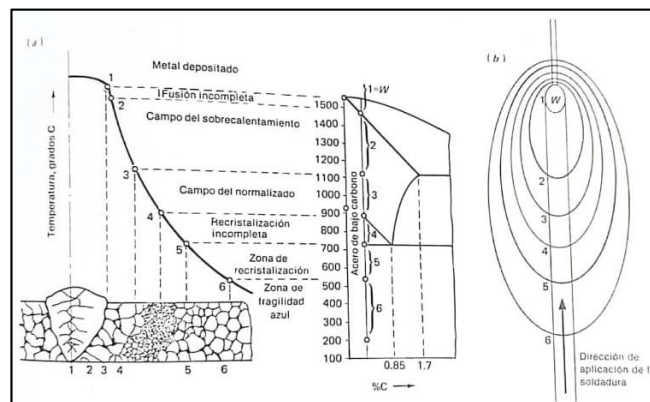
Elementos de una unión soldada



Fuente: Pintado (2018, p.18)

Figura 3

Diagrama de la ZAT de un acero con bajo contenido de carbono



Fuente: Horwitz (1997, p.515)

Material base: acero de bajo carbono ASTM A36.- Los aceros ASTM A36 son aceros estructurales de bajo contenido de carbono que cumplen los requisitos de las normas ASTM A36/ A36M. Según Stamenkovic & Vasovic (2009), “las propiedades térmicas del material ASTM A36 dependen de la temperatura en la zona afectada por el calor (ZAT)” (p.2). A continuación, en la tabla 1 se presentan las propiedades del material en función de la temperatura.

Tabla 1

Variación de las propiedades térmicas del material ASTM A36

Temperatura (°C)	Calor específico (J/Kg °C)	Conductividad (W/m°C)	Densidad (Kg/m³)	Coefficiente de expansión térmica (10 ⁻⁵ /°C)
0	480	60	7850	1,15
100	500	50	7850	1,20
200	520	45	7800	1,30
400	650	38	7760	1,42
600	750	30	7600	1,45
800	1000	25	7500	1,45
1000	1200	26	7390	1,45
1200	1400	28	7300	1,45
1400	1600	37	7250	1,45
1550	1700	37	7180	1,45

Fuente: Stamenkovic & Vasovic (2009)

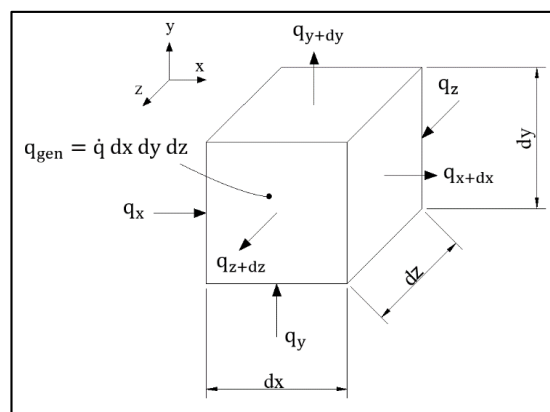
Ecuación diferencial parcial de conducción de calor

En un proceso de soldeo es necesario conocer el historial de la temperatura de una placa tridimensional, haciéndolo un problema transitorio debido al ciclo de enfriamiento-

calentamiento. En el proceso de soldadura se genera transferencia de calor por conducción en el momento que se crea el arco eléctrico, entre el punto de contacto del electrodo con el material base, hasta los puntos adyacentes de la zona de soldadura (Pintado, 2018). En la figura 4 se presenta el volumen diferencial para el análisis tridimensional de calor.

Figura 4

Volumen diferencial para el análisis tridimensional de calor



Fuente: Holman (1999)

Elaborado por: Villacís (2022)

Realizando el balance de energía se tiene:

$$q_x + q_y + q_z + q_{gen} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz} + \frac{dE}{dt} \quad (1)$$

Donde q_x, q_y, q_z son las energías que ingresan por conducción, q_{gen} es el calor generado en el interior del elemento, $q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz}$ son las energías que salen por conducción y $\frac{dE}{dt}$ es la variación de la energía interna. Empleando la expansión de la serie de Taylor y deducciones matemáticas la Ecuación 1 se transforma en la siguiente ecuación:

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + Q(x, y, z, t) = \rho(T) c(T) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

Donde la expresión 2 es una ecuación diferencial parcial no-lineal si las propiedades del material k_x, k_y, k_z, ρ y c están en función de la temperatura. En la Ecuación 2 el primer término representa la conducción de calor, el segundo término $Q(x, y, z, t)$, es la fuente de generación de calor y el último término representa la razón de cambio de energía interna (Hernández et al., 2013). Si se considera que el material base es un material isotrópico, se puede concluir que las conductividades térmicas son las mismas: $k_x =$

$k_y = k_z = k$. Adicionalmente se utiliza el operador diferencial ∇ (Ecuación 3) y la Ley de Transferencia de Fourier con el gradiente de temperatura ∇T (Ecuación 4):

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3)$$

$$q = -k \nabla T \quad (4)$$

Al reemplazar estas expresiones en la Ecuación 2 se tiene:

$$\rho(T) c(T) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} + \nabla(x, y, z, t) q = Q(x, y, z, t) \quad (5)$$

Donde:

$$\rho(T) c(T) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \text{Cambio de energía interna} \quad \left[\frac{W}{m^3} \right]$$

$$\nabla(x, y, z, t) q = \text{Conducción de calor} \quad \left[\frac{W}{m^3} \right]$$

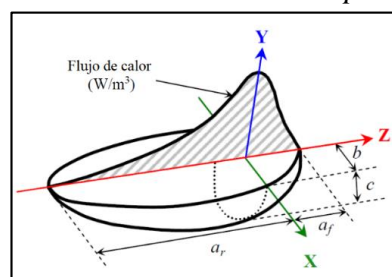
$$Q(x, y, z, t) = \text{Fuente de generación de calor} \quad \left[\frac{W}{m^3} \right]$$

Ecuación de la fuente móvil de Goldak

En el proceso de soldadura por arco eléctrico GMAW se tiene una fuente de calor en movimiento, muy concentrada, que incide sobre la junta, el calor en las placas se transfiere rápidamente por el mecanismo de conducción y existe pérdidas de calor por convección, el cual además es favorecido por la alta conductividad térmica que presenta el metal base al llegar a la temperatura de fusión (Berrío et al., 2010). El modelo propuesto por Goldak consiste en una fuente volumétrica conocida como doble elipsoide, en donde la distribución de flujo térmico es de tipo gaussiana a lo largo del eje longitudinal (García, 2019, p.257).

Figura 5

Fuente de calor de doble elipsoide



Fuente: Osmar (2016)

Es así como la expresión matemática de la distribución de la densidad de energía en el interior del cuadrante frontal es la siguiente:

$$Q(x, y, z, t) = \frac{6\sqrt{3} n q_{ef} f_f}{a_f b c \pi\sqrt{\pi}} e^{-3\left(\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} + \frac{(z-V_m t_{pr})^2}{a_f^2}\right)} \quad (6)$$

Para los puntos que se encuentran en el cuadrante posterior viene dado por:

$$Q(x, y, z, t) = \frac{6\sqrt{3} n q_{ef} f_r}{a_r b c \pi\sqrt{\pi}} e^{-3\left(\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} + \frac{(z-V_m t_{pr})^2}{a_r^2}\right)} \quad (7)$$

Donde:

$$Q(x, y, z, t) = \text{Fuente movil de calor de Goldak} \left[\frac{W}{m^3} \right]$$

a_f, a_r, b, c = Parámetros dimensionales [m]

q_{ef} = Calor de entrada o aporte (energía neta efectiva) [W]

f_f = Coeficiente adimensional de proporción de aporte del calor en la parte delantera de la fuente

f_r = Coeficiente adimensional de proporción de aporte del calor en la parte trasera de la fuente

x, y, z = Coordenadas sobre cada eje del punto de interés dentro del elipsoide respecto a su centro [m]

n = Parámetro adimensional

V_m = Velocidad de soldadura $\left[\frac{m}{seg} \right]$

t_{pr} = Tiempo de soldadura promedio [seg]

A los coeficientes f_f y f_r también se los denomina fracciones de entrada de calor.

Ecuación del flujo de calor o densidad media de potencia.

La distribución de energía que se produce en la fusión de los materiales presenta una ecuación que se deriva de la distribución Gaussiana. Es así como Hitesh et al. (2013),

relaciona la energía producida por el arco eléctrico y el diámetro del electrodo como se observa en la Ecuación 8.

$$D_p = B \left[\frac{E_p}{P_w \left(\frac{\pi}{4} D^2 \right)} \right] \exp \left[- \left(\frac{(w - w_r)^2}{2 \phi^2} \right) \right] \quad (8)$$

Desglosando cada término se tiene:

$$D_p = \text{Densidad media de potencia} \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

B = Parámetro adimensional que representa la absorptividad

E_p = Energía producida por el arco eléctrico [K]

P_w = Ancho del pulso del arco eléctrico [s]

D = Diámetro del electrodo [m]

w_r = Punto de referencia del arco de soldadura en un eje determinado [m]

ϕ = Desviación estándar del arco eléctrico gaussiano [m]

Flujo de calor en la superficie

La probeta tiene fronteras superficiales expuestas a una fuente de calor, esta condición de borde menciona que el flujo de calor es constante en la superficie del cuerpo y se relaciona con el gradiente de temperatura; adicionalmente con esta situación, se puede colocar pérdidas constantes en la superficie (López & Montenegro, 2008, p.35):

$$k \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t) = q_s \quad (9)$$

$$\forall x, y, z \in \Omega_6 \quad \forall t > 0$$

Donde:

$$\frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t)$$

= Distribución de temperatura en n (normal) en el punto (x, y, z, t) $\left[\frac{^\circ C}{m} \right]$

k = Conductividad térmica del material base isotrópico $\left[\frac{W}{m \text{ } ^\circ C} \right]$

q_s = Flujo de calor constante en la superficie $\left[\frac{W}{m^2} \right]$

Flujo de calor mediante la Ley de Newton

Esta ley asume que la pérdida de calor en las superficies de la probeta virtual es proporcional a la diferencia entre las temperaturas superficial T_s y ambiental T_∞ o la temperatura del alrededor, a través del coeficiente de transferencia de calor de convección h_{conv} (Hernández et al., 2013, p.1025). Por lo tanto:

$$q_{conv} = h_c(T_\infty - T_s) \quad (10)$$

La ecuación anterior también se puede formular de la siguiente manera:

$$k \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t) = h_c(T_\infty - T_s) \quad (11)$$

$$\forall x, y, z \in \Omega_3 \cup \Omega_8 \quad \forall t > 0$$

Donde:

q_{conv} = Calor transferido por convección $\left[\frac{W}{m^2} \right]$

h_c = Coeficiente de transferencia de calor por convección $\left[\frac{W}{m^2 \text{ } ^\circ C} \right]$

T_∞ = Temperatura del ambiente o del entorno [$^\circ C$]

T_s = Temperatura superficial de la junta soldada [$^\circ C$]

Metodología

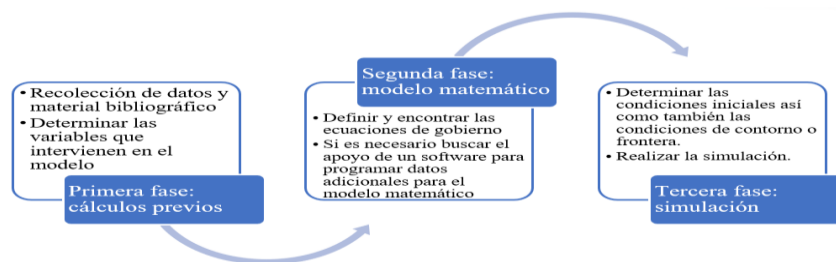
Esta investigación es del tipo propositiva-descriptiva; descriptiva porque se busca la caracterización de un fenómeno y propositiva ya que este nivel de estudio permite tomar la mezcla de las teorías existentes de las ecuaciones de gobierno que están relacionadas directamente al hecho particular o fáctico siendo este el comportamiento térmico del proceso de soldadura GMAW de un acero estructural; este estudio no se concluye solamente relacionando la teoría con el fenómeno sino se pretende dar una solución de manera integral, consistente, profunda a modo de iniciativa a la cual se le denomina propuesta (modelo matemático). Adicionalmente se tiene el apoyo de una variable temática que es realizar una simulación con un software CAE con base en el MEF. La investigación propositiva no tiene como requisito la implementación de la solución, esta termina con la parte analítica y descriptiva, cuya propuesta encontrada ya corre por cuenta

de las empresas, instituciones, fábricas, talleres, etc. evaluarla y en el mejor de los casos implementarla. Adicionalmente se utilizó la metodología de la simulación numérica con el Método de los Elementos Finitos.

Plan de simulación. – La figura 6 presenta el plan de simulación numérica.

Figura 6

Esquema del proceso de la metodología para obtener una solución



Fuente: Goldak & Akhlaghi (2005)

Elaborado por: Villacís (2022)

Primera fase. - Existen algunos estudios que han desarrollado diversos modelos desde estadísticos, analíticos, numéricos etc. para conocer el comportamiento térmico de procesos de soldadura, los cuales sirvieron de base para presentar los parámetros para la simulación de este estudio (ver tabla 2):

Tabla 2

Parámetros necesarios para la simulación del proceso GMAW

Parámetros	Nomenclatura	Valor (unidades)
Tensión de soldadura	V	19 V
Corriente de soldadura	I	180A
Eficiencia de soldadura	η	0,8
Tiempo de soldadura promedio	tpr	65 seg
Velocidad de soldadura constante	Vm	$2,307 \times 10^{-3}$ m/seg
Temperatura ambiente	Ta	20 °C
Posición de soldadura	-	Plana
Diámetro del electrodo	D	$1,2 \times 10^{-3}$ m
Tipo de junta	-	A tope
Ancho probeta virtual (simetría)	A	0,05 m
Longitud de la probeta virtual	L	0,15 m
Espesor de la probeta virtual	E	0,006 m
Ancho del cordón de soldadura	E	0,006 m
Longitud del cordón de soldadura	L2	0,15 m
Espesor del cordón de soldadura	e	0,006 m

Fuente: Fosca (2007) y Pintado (2018)

Elaborado por: Villacís (2022)

Segunda Fase. - Las dos ecuaciones de gobierno son la (Ecuación 5) y la segunda (ecuaciones 6 y 7) es la expresión que define la fuente móvil de calor de Goldak. En la tabla 3 se presentan los valores necesarios calculados que se reemplazan en las ecuaciones 6 y 7, el conjunto ecuación-datos se ingresan al software CAE con las dimensiones, coordenadas y posiciones adecuadas de la probeta virtual.

Tabla 3

Parámetros del Modelo de Goldak

Parámetros	Nomenclatura	Valor (unidades)
Parámetro adimensional	n	1,189
Longitud de la elipse frontal	a_f	$1,482 \times 10^{-3}$ m
Longitud de la elipse posterior	a_r	$3,518 \times 10^{-3}$ m
Ancho de la fuente de calor	b	$1,2 \times 10^{-3}$ m
Profundidad de la fuente de calor	c_c	$4,802 \times 10^{-3}$ m
Fracción de entrada de calor frontal	f_f	0,593
Fracción de entrada de calor trasera	f_r	1,407

Fuente Villacís (2022)

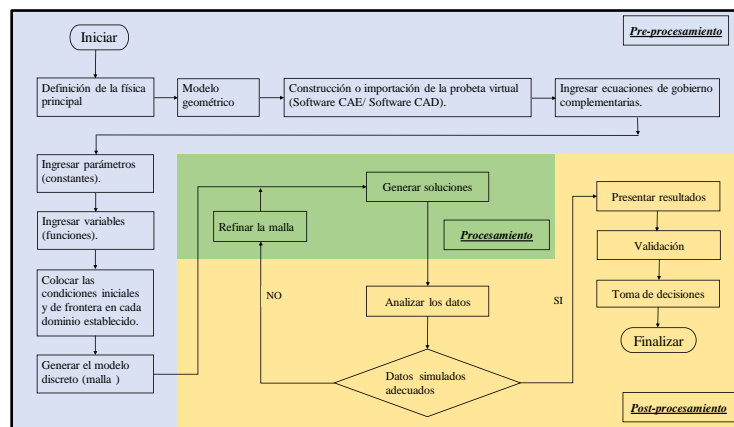
Tercera fase. - Dentro de esta fase se realiza lo que básicamente es la metodología de la simulación numérica con el Método de los Elementos Finitos MEF, con la aplicación y utilización de un software de ingeniería asistida por computadora (Software CAE).

Metodología de la simulación con un software CAE con base en el MEF

En la figura 7 se presenta el diagrama de proceso de la aplicación al MEF.

Figura 7

Diagrama del proceso de aplicación al MEF



Fuente: Pérez & Romero (2017)

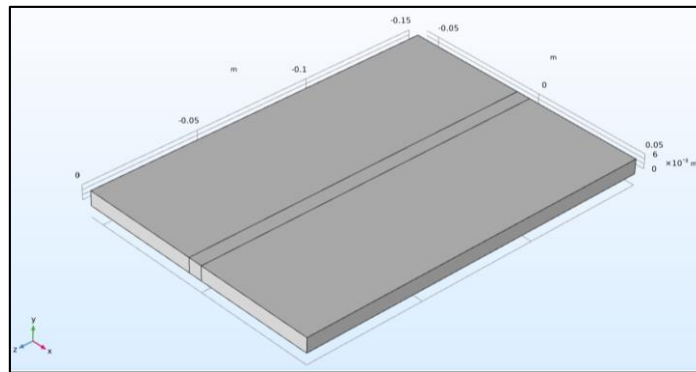
Elaborado por: Villacís (2022)

Etapa de pre-procesamiento

Modelo geométrico de la probeta virtual. - La pieza de trabajo se dibujó en el contorno gráfico del mismo software CAE siendo éste el programa COMSOL como se aprecia en la figura 8. La unión es una junta a tope.

Figura 8

Representación en 3D del conjunto junta a tope

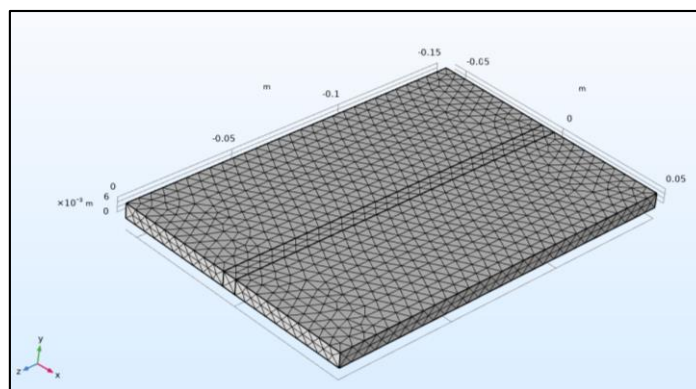


Elaborado por: Villacís (2022)

Modelo discreto: forma y tipo de la malla. - Se logro la convergencia de la solución en la malla fina.

Figura 9

Refinamiento y selección del modelo discreto



Elaborado por: Villacís (2022)

Propiedades del material base. - Con la ayuda de los valores de la tabla 1 y su respectiva conversión a grados Kelvin se presentan las siguientes funciones:

Tabla 4
Propiedades del material en función de la temperatura

Propiedad	Nomenclatura	Función
Conductividad térmica	k	$k = -1 \times 10^{-13} T^5 + 4 \times 10^{-10} T^4 - 5 \times 10^{-7} T^3 + 0,0003 T^2 - 0,114 T + 59,718$
Calor específico	c	$c = -4 \times 10^{-7} T^3 + 0,0012 T^2 - 0,052 T + 487,47$
Densidad	ρ	$\rho = -3 \times 10^{-10} T^4 + 1 \times 10^{-6} T^3 - 0,0015 T^2 - 0,1343 T + 7846,1$

Fuente: Villacís (2022)

Condiciones iniciales. - Las condiciones iniciales se establecen en un tiempo $t = 0$ segundos.

Tabla 5
Condiciones iniciales para la simulación

Condición inicial	Ecuación
Temperatura inicial	$T(x, y, z, t) = T_0(x, y, z, 0) = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ $\forall x, y, z \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \cup \Omega_4 \cup \Omega_5 \cup \Omega_7 \cup \Omega_8 \cup \Omega_9 \cup \Omega_{10} \cup \Omega_{11}$
Punto inicial de desplazamiento del electrodo en el eje z	$z_0 = 0 \text{ m}$
Velocidad constante de desplazamiento	$V_m = 2,307 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{seg}}$

Fuente: Villacís (2022)

Condiciones de contorno. - En la tabla 6 se presentan las condiciones de contorno o frontera.

Tabla 6

Condiciones de contorno para la simulación

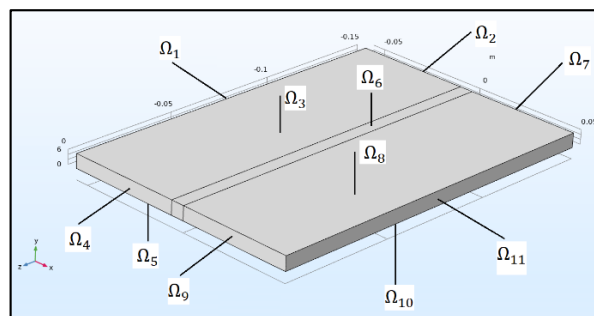
Condición de contorno	Ecuación
Temperatura superficial constante de la probeta	$T(x, y, z, t) = T_s(x, y, z, t) \quad \forall x, y, z \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_4 \cup \Omega_7 \cup \Omega_9 \cup \Omega_{11} \quad \forall t > 0$
Densidad media de potencia o flujo de calor a lo largo del eje z	$D_p = B \left[\frac{E_p}{P_w \left(\frac{\pi}{4} D^2 \right)} \right] \exp \left[- \left(\frac{(z - z_r)^2}{2 \phi^2} \right) \right] \quad \forall z \in \Omega_6 \quad \forall t > 0$
Punto de desplazamiento del electrodo en el eje z	$z_r = z_0 + V_m t \quad \forall z \in 0 < z < L \in \Omega_6 \quad \forall t > 0$
Pérdida de calor por convección natural	$k \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t) = h_c(T_\infty - T_s) \quad \forall x, y, z \in \Omega_3 \cup \Omega_5 \cup \Omega_8 \cup \Omega_{10} \quad \forall t > 0$

Fuente: Villacís (2022)

En la figura 10 se muestran los respectivos dominios.

Figura 10

Probeta virtual con sus dominios Ω_n , en la herramienta computacional



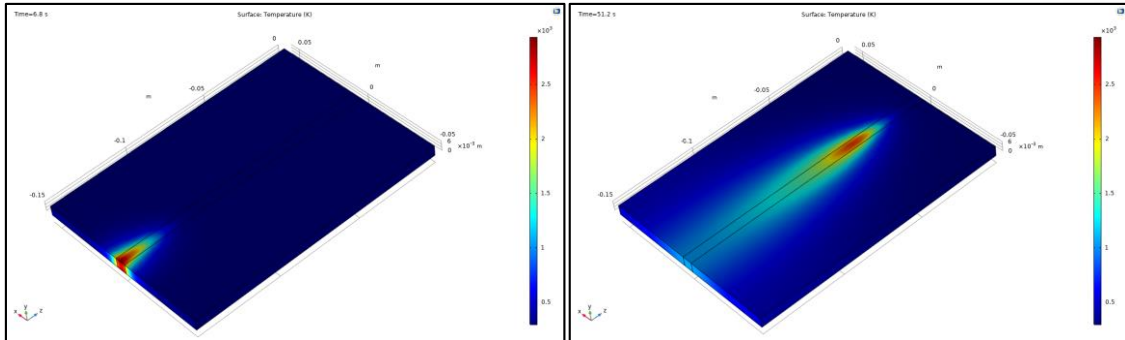
Fuente: Villacís (2022)

Etapa de procesamiento

Una vez que el programa con el método MEF se ha ejecutado, es decir el “solver” (solucionador del software CAE) ha generado la información necesaria, en un archivo se muestra la solución de manera gráfica en diferentes tiempos (Ver figura 11).

Figura 11

Simulación computacional en un software CAE del proceso GMAW



Fuente: Villacís (2022)

Etapa de Post-procesamiento

La información que presenta el “Results” (Interfaz de resultados del software CAE) se realiza la generación de reportes, tablas, figuras, etc. En la figura 11 se observa la “Probe Table 1” (Tabla minuciosa de datos de salida de la simulación en la herramienta CAE), donde se puede ver a detalle la variación de la temperatura con el tiempo, en este caso la temperatura máxima es de 3012,6 °K (2739,45 °C) a la que llega el arco de soldadura en las primeras chispas eléctricas en el tiempo $t = 6,1$ s, este fenómeno presentan todas las máquinas de soldadura, para luego descender a una temperatura adecuada de soldeo con una oscilación insignificante de valores, hasta culminar el proceso de fusión.

Figura 12

Variación de la temperatura vs el tiempo

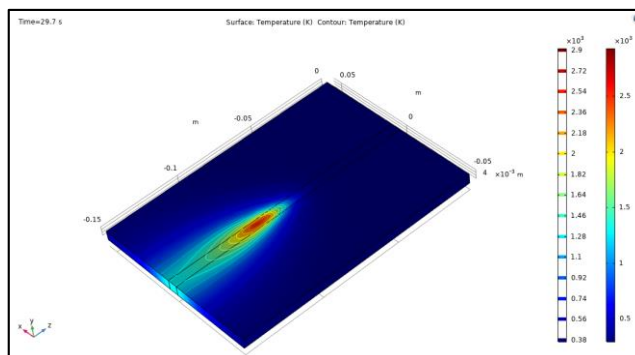
Time (s)	Temperature (K), Domain Probe 1
5.8000	3008.2
5.9000	3010.6
6.0000	3012.1
6.1000	3012.6
6.2000	3012.2
6.3000	3011.0

Fuente: Villacís (2022)

En la figura 12 se aprecian las curvas isotérmicas que representan el comportamiento térmico del fenómeno real, si se pone atención en particular a la curva más caliente en forma de una elipse en el plano xz, se dice que esta isoterma representa la proyección de la fuente de calor de Goldak y con la ayuda de la opción “Probe Table 1” de la herramienta CAE y para un tiempo $t = 29,7$ s se tiene una temperatura máxima de 2545,2 °K (2272,05 °C).

Figura 13

Curvas isotérmicas del proceso GMAW

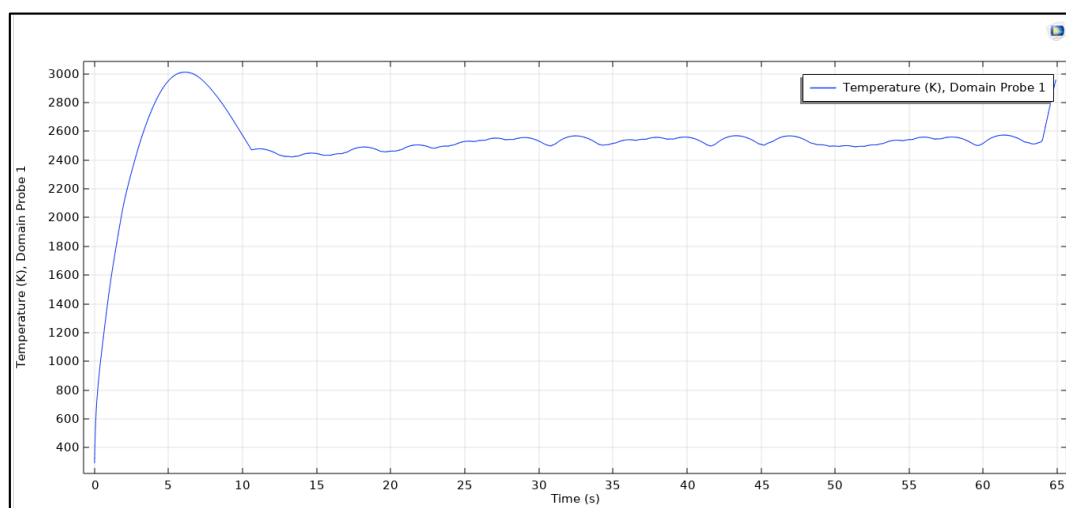


Fuente: Villacís (2022)

De la misma manera si se desea obtener otros valores de temperatura que no sea la máxima en el cordón de soldadura sino en la afectación térmica en las proximidades de este se tiene las curvas isotérmicas que están representadas por la cantidad que el usuario programe en el software CAE, los valores se obtienen de acuerdo con el color en la barra vertical al lado derecho del panel de visualización, es así como en la figura 13 se puede contar 15 isotermas. Por otro lado, en la figura 14 se muestra la evolución de la temperatura versus el tiempo. A partir de los 10 segundos la temperatura presenta una oscilación con máximos y mínimos no muy alejados. Calculando la temperatura promedio a partir de este tiempo hasta culminar el proceso se tiene un valor máximo promedio de 2523,05 °K (2249.90 °C).

Figura 14

Evolución de la temperatura en el proceso de soldadura GMAW



Elaborado por: Villacís (2022)

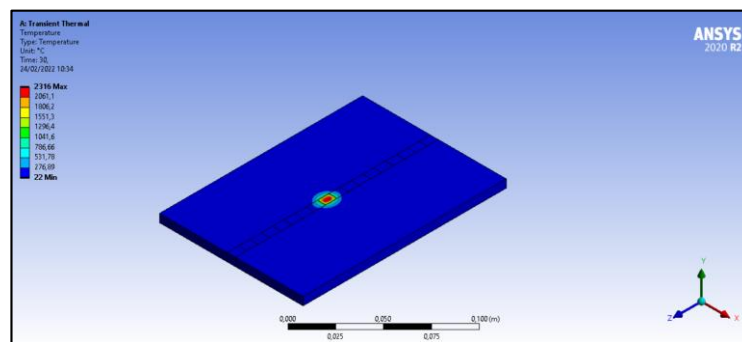
Resultados

Análisis y validación del modelo matemático

La validación del modelo matemático se realizó con un segundo software CAE. Uno de los puntos más relevantes es enfatizar que los valores obtenidos en las simulaciones numéricas tengan un error relativo mínimo.

Figura 15

Simulación computacional en un software de validación



Elaborado por: Villacís (2022)

En la anterior figura se verifica que la temperatura máxima de fusión para un tiempo $t=30s$ es de $2316,00\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Cálculo del error entre resultados simulados

Se hace un análisis del error absoluto y error relativo comparando los resultados de las temperaturas máximas en las dos simulaciones numéricas, en un tiempo $t = 30\text{ s}$.

Tabla 7

Valores de temperatura máxima para un tiempo $t = 30\text{ s}$

Software CAE	Temperatura Máxima
Software principal	2259,75 ° C
Software de validación	2316,00 ° C

Fuente: Villacís (2022)

Cabe mencionar que el valor de $2259,75\text{ }^{\circ}\text{C}$ se tomó de la “*Probe Table 1*”. En la Ecuación 12 se define el error absoluto (e) como el valor de la diferencia entre la temperatura de las simulaciones en COMSOL y Ansys. En la ecuación 13 se define el error relativo (e_r) como la relación entre el error absoluto y el valor de la temperatura máxima del software de validación, ya que este programa es muy utilizado en el Ecuador por su versatilidad, eficiencia (Pozo et al., 2011; Pintado, 2018; Hernández et al., 2013).

$$e = |T_{sp} - T_{sv}| \quad (12)$$

$$e_r = \frac{e}{T_{sv}} * 100\% \quad (13)$$

Donde:

e = error absoluto

T_{sp} = Temperatura máxima (software principal)

T_{sv} = Temperatura máxima (software de validación)

e_r = error relativo

Entonces los errores calculados son los siguientes:

$$e = |2259,75 - 2316,00|$$
$$e = 56,25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$e_r = \frac{56,25}{2316,00} * 100\%$$

$$e_r = 2,43 \%$$

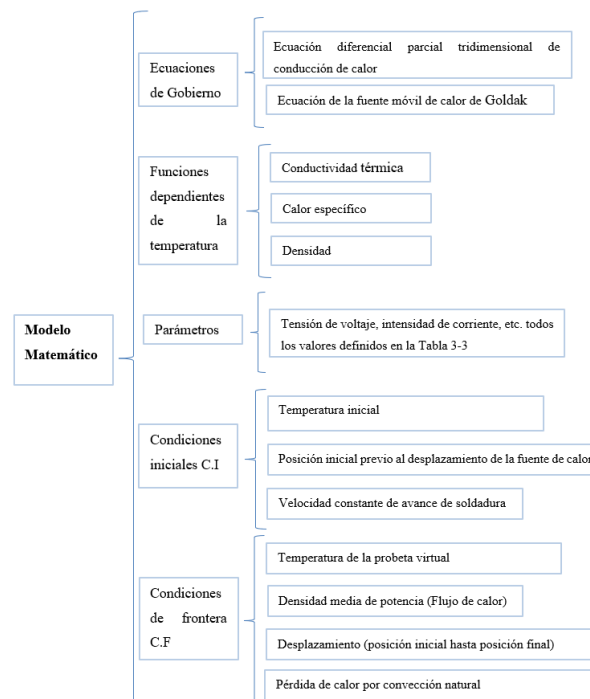
Se observa que el error relativo es tan solo un valor de 2,43 % y es razonable pensar que un error absoluto de 56,25 °C es admisible en paridad con las elevadas temperaturas simuladas, es decir, esta estimación se la considera intrascendente en comparación con las temperaturas extremas de fusión en los aceros, en otras palabras, los 56,25 °C apenas es el 2,43 % de 2316 °C, por lo tanto, éste e_r muestra la precisión de medición y se la puede considerar como aceptable.

Propuesta

Modelo matemático propuesto. - Los recursos matemáticos utilizados en este modelo se presentan en la figura 16. La variable dependiente es la temperatura que está en función de las posiciones x, y, z y el tiempo, siendo un problema en estado transitorio.

Figura 16

Esquema del modelo matemático propuesto

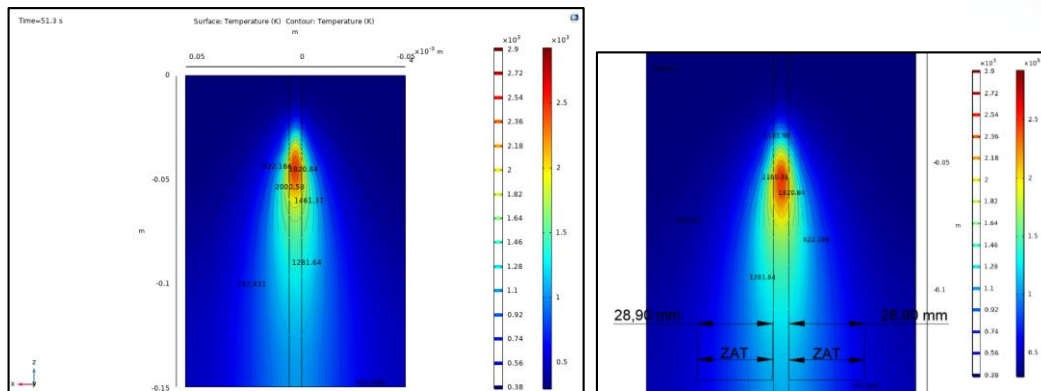


Fuente: Villacís (2022)

Interpretación de la simulación del modelo matemático. - El MEF permite obtener las soluciones aproximada sobre el dominio en el que gobierna el modelo matemático, en este caso, el modelo que describe el comportamiento térmico del proceso GMAW. Estas soluciones aproximadas ayudan a reproducir virtualmente el fenómeno de estudio a través de los contornos de las curvas isotérmicas que afectan el material base en la ZAT (Zona Afectada Térmicamente). En una forma más sencilla el MEF consiste en convertir la probeta virtual en un número finito de partes llamados elementos, estos elementos contienen una serie de puntos interconectados entre si llamados nodos y todo este conjunto es lo que llamamos malla y por medio del algoritmo de la herramienta CAE se construye un espacio vectorial de dimensión finita asociado al espacio de los elementos finitos, haciendo una combinación lineal en un espacio vectorial denominada solución numérica. En la figura 17 se presenta las soluciones aproximadas del modelo matemático identificadas como curvas isotérmicas para una sola pasada de la fuente de calor. En este caso el número de niveles es 15, siendo el más caliente 2900 °K (2626,85 °C) y el punto más frío 380,4 °K (107.25 °C).

Figura 17

Soluciones aproximadas y dimensión de la ZAT del modelo matemático



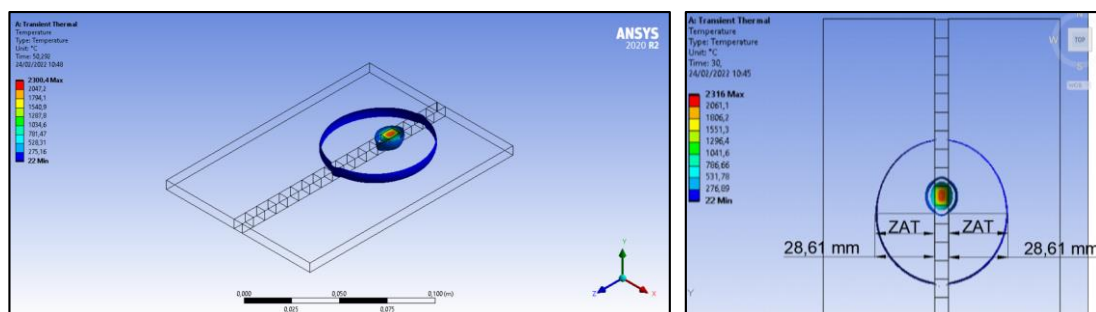
Fuente: Villacís (2022)

Con la ayuda de un software CAD (Diseño Asistido por Computadora) se mide de forma aproximada a escala la longitud más útil de la ZAT, tomando como base para el análisis la figura 17; entonces la ZAT empieza aproximadamente en la segunda curva isotérmica en forma ascendente que corresponde a la solución aproximada de $560^{\circ}K$ ($286.85^{\circ}C$).

Validación del modelo matemático. - La validación teórica cuantifica la incertidumbre de un modelo mediante la comparación de sus predicciones con otra simulación numérica. En la figura 18 se observa el comportamiento térmico del proceso GMAW en el software de validación.

Figura 18

Curvas isotérmicas y dimensión de la ZAT en el software de validación



Fuente: Villacís (2022)

Se utiliza dos isotermas lo más cercanas en valor numérico para el cálculo de errores.

Tabla 8

Valores de la ZAT para el tiempo $t = 30 s$

Software CAE	Curva Isotérmica	ZAT
COMSOL	286,85 °C (560,00 °K)	28,90 mm
Ansys	228,33 °C (501.48 °K)	28,61 mm

Fuente: Villacís (2022)

$$e = |ZAT_{sp} - ZAT_{sv}| \quad (14)$$

$$e_r = \frac{e}{ZAT_{sv}} * 100\% \quad (15)$$

Donde:

e = error absoluto

ZAT_{sp} = Zona Afectada Térmicamente (software principal)

ZAT_{sv} = Zona Afectada Térmicamente (software de validación)

e_r = error relativo

Entonces los errores calculados son los siguientes:

$$e = |28,90 - 28,61|$$

$$e = |0,29|$$

$$e = 0,29 \text{ mm}$$

$$e_r = \frac{0,29}{28,61} * 100\%$$

$$e_r = 1,01 \%$$

El error relativo de 1,01 % es admisible, al menos si lo comparamos con la investigación realizada por Pozo et al. (2011), donde nos dice que si la longitud de la ZAT es $< 50\text{mm}$ y con un error relativo $< 10\%$ se consideran las simulaciones aceptables, por lo tanto, el modelo matemático propuesto muestra la confiabilidad de predecir los valores necesarios para entender el comportamiento térmico en un proceso de soldadura por arco eléctrico GMAW.

Conclusiones

- Se desarrolló un modelo matemático que permitió analizar el comportamiento térmico en el proceso de soldadura del acero ASTM A36 mediante un software CAE con base en el Método de los Elementos Finitos. Lo más importante de este desarrollo fue que se diagnosticó y se planteó solo las variables, parámetros, condiciones iniciales y de frontera más relevantes para hacer un modelo eficiente y lo más próximo a la realidad, por lo tanto, lo que más ayudó para generar este estudio fue una recolección exhaustiva de varios trabajos similares en otros países que se apoyaron en la metodología de la simulación numérica con el MEF para abaratar costos de producción y errores de construcción.
- Se diseñó y se propuso un modelo matemático con la característica que se relacionaron dos ecuaciones de gobierno, la primera siendo la ecuación diferencial parcial tridimensional no lineal de conducción de calor y la segunda ecuación de la fuente móvil de Goldak.
- Con la simulación numérica, en el panel de visualización del “*Results*” de la herramienta asistida por computadora, se predijo un conjunto de curvas isotérmicas pertenecientes a la Zona Afectada Térmicamente (ZAT); estas curvas muestran el historial de temperaturas, es decir la distribución de estas con la variación del tiempo que dura realizar el soldeo de una probeta virtual de ciertas características físicas, es decir se conoció el comportamiento térmico requerido. Es así como se obtuvo una temperatura de formación máxima del arco eléctrico de 3012,6 °K (2739,45 °C) en un tiempo $t = 6,1$ s y una temperatura máxima promedio de todo el proceso a partir que se estabilizó el arco eléctrico de 2523,05 °K (2249.90 °C)..
- Se utilizó otro paquete CAE muy manejado en el Ecuador, por su versatilidad, eficiencia entre otras ventajas para la validación del modelo matemático donde lo más importante fue que se obtuvo un error relativo de 2,43 % al comparar las temperaturas máximas del cordón de soldadura y un error de 1,01 % al comparar la longitud útil de la ZAT en un tiempo $t = 30$ s, se puede decir que son errores aceptables que dan por hecho que el modelo matemático es eficiente y apropiado para este tipo de problemas térmicos que surgen constantemente en la vida real en ingeniería, construcción, etc.

Referencias bibliográficas

- Berrío, M., Vanegas, N. A., & Serna, C. P. (2010). Evaluación de las distorsiones de contracción lateral de uniones soldadas a tope. *Revista Colombiana de Materiales* N.3, 25-41.

- BFMéxico. (2017). *Soldadura-Automatización-Robótica*. BFMéxico
<https://www.bfmex.com/soldadura/zona-afectada-termicamente/>
- Dávalos, J. J. (2017). *Análisis de la distorsión de un elemento estructural soldado mediante el proceso GMAW*. En Instituto Tecnológico de Pachuca.
- Fosca, C. (2007). *Introducción a la Metalurgia de la Soldadura*.
- García, G. V. (2019). *Modelación computacional de la soldadura de aceros avanzados alto-Mn austeníticos de plasticidad inducida por maclaje (TWIP) mediante el proceso GTAW*. (Tesis Doctoral).
- Goldak, J. A., & Akhlaghi, M. (2005). *Computational Welding Mechanics*. Springer.
<https://link.springer.com/book/10.1007/b101137>
- Hernández, I. A., Pérez, J. M., & Aguilera, E. G. (2013). Determinación de Esfuerzos Residuales en una Estructura Tipo I Producidos por Soldadura. *Memorias del XIX Congreso Internacional Anual de la SOMIM, 1022-1032*.
http://somim.org.mx/memorias/memorias2013/pdfs/A4/A4_222.pdf
- Holman, J. P. (1999). *Transferencia de Calor*.
- Horwitz, H. (1997). *Soldadura aplicaciones y práctica*. Moscú.
- Hitesh, D. V., Harimkar, S. P., Boetcher, S. K., & Dahotre, N. B. (2013). One-dimensional multipulse laser machining of structural alumina: evolution of surface topography. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 69-83*. <https://link.springer.com/article/10.1007%252Fs00170-012-4709-8>
- López, A. M., & Montenegro, S. B. (2008). *Estudio de distorsiones producidas en vigas tipo I fabricadas por soldadura a filete en el proceso GMAW*.
- Osmar, G. (2016). *Determinación de deformaciones y tensiones residuales en tuberías unidas por soldadura utilizando simulación numérica para su aplicación en gasoducto*. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/6608>
- Pérez, J., & Romero, J. (2017). *Simulación computacional de esfuerzo-deformación y transferencia de calor de un secador cilíndrico rotativo de la industria papelera*.
- Pintado, A. M. (2018). *Determinación del efecto de la soldadura en el comportamiento mecánico en las estructuras metálicas por medio del Método de Elementos Finitos*. <https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/15163>

Pozo, J. A., Acosta, P. E., Crespo, A. C., & Díaz, E. (2011). Análisis térmico de soldadura GTAW sobre placa de acero AISI 316L empleando el Método de Elementos Finitos. *Empresa de diseño y servicios de ingeniería UEB Villa Clara*, 256-264.

Stamenkovic, D., & Vasovic, I. (2009). Finite Element Analysis of Residual Stress in Butt Welding Two Similar Plates. *Scientific Technical Review*, LIX (1).

Villacís Ramón, M. E. (2022). *Modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el proceso de soldadura de un acero estructural mediante un software con base en el método de elementos finitos*. (Trabajo de Maestría). Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba-Ecuador.

El artículo que se publica es de exclusiva responsabilidad de los autores y no necesariamente reflejan el pensamiento de la **Revista Conciencia Digital**.



El artículo queda en propiedad de la revista y, por tanto, su publicación parcial y/o total en otro medio tiene que ser autorizado por el director de la **Revista Conciencia Digital**.



Indexaciones

